### *1. Aufgabe (Würfelei):*

a) Rechts sind elf Augen zu sehen, wegen 4 + 5 + 2 = 11.

Hinten können wegen 1 + 4 + 6 = 11 elf Augen gesehen werden.

Links können wegen 3+2+5 = 10 zehn Augen gesehen werden.

b) Verdeckt liegen 19 Augen wegen 7 + 7 + (7 - 2) = 7 + 7 + 5 = 19, denn beim gewöhnlichen Würfel ergänzen sich die Augenanzahlen oben und unten zu 7.

c) 1. Ein Beispiel: Eine Säule aus zwei Würfeln mit „abgewickelten“ Seitenflächen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 5 | 4 |
| 5 | 4 | 2 | 3 |

2. Ein Beispiel: Eine Säule aus zwei Würfeln mit „abgewickelten“ Seitenflächen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 5 | 4 |
| 3 | 1 | 4 | 6 |
| 4 | 6 | 3 | 1 |
| 5 | 4 | 2 | 3 |

Bei einer Säule aus drei Würfeln gibt es keine Lösung. Insgesamt sind auf drei Würfeln 63 Augen vorhanden, wegen $3\cdot(1+2+3+4+5+6)=63$. Für oben und unten werden davon 21 Augen verwendet. Die restlichen 42 Augen lassen sich nicht gleichmäßig auf vier Seitenflächen verteilen, weil 42 kein Vielfaches von 4 ist.

d) Angenommen, die Augen 6, 3 und 5 wurden geworfen. Daraus lassen sich die Zahlen 356, 365, 536, 563, 635 und 653 bilden. Als Beispiele behandeln wir die erste und die letzte Zahl:

(356421:111-7):9=356

(653124:111-7):9=653

Erstaunlicherweise ist das Ergebnis die Ausgangszahl. – Nehmen wir h für die Hunderterziffer, z für die Zehnerziffer und e für die Einerziffer eurer Zahl. Dann liegen verdeckt die Zahlen (7 - h), (7 - z) und (7 - e). Eure sechsstellige Zahl hat den Wert

$$100000 \cdot h + 10000 \cdot z + 1000 \cdot e + 100 \cdot (7-h) + 10 \cdot (7-z) + (7-e)$$
$$= 99900 \cdot h + 9990 \cdot z + 999 \cdot e + 777.$$

$$\text{Nun gilt } ((99900 \cdot h + 9990 \cdot z + 999 \cdot e + 777) : 111 - 7) : 9$$
$$= (900 \cdot h + 90 \cdot z + 9 \cdot e + 7 - 7) : 9 = 100 \cdot h + 10 \cdot z + e.$$

Dies ist der Wert der Ausgangszahl.

e) Die Übersicht gibt in Sechsunddreißigstel an, mit welcher Wahrscheinlichkeit der in der linken Spalte genannte Würfel gegenüber dem in der obersten Zeile notierten spielt (Gewinn ist mit „+“, Verlust ist mit „-“ gekennzeichnet).

| | N | R | S | T | U | V | W | X | Kommentar: Für diesen Würfel gilt: eher Gewinn | gleichwertig | eher Verlust von 7 möglichen Begegnungen beim Würfeln |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| N | = | 15 | 15 | 15 | 17+ | 15 | 15 | 13- | 1 | 5 | 1 |
| R | 15 | = | 18 | 18 | 18+ | 12 | 12 | 12 | 1 | 6 | 0 |
| S | 15 | 18 | = | 18 | 15+ | 18 | 15 | 15- | 1 | 5 | 1 |
| T | 15 | 18 | 18 | = | 18 | 15 | 18 | 12- | 0 | 6 | 1 |
| U | 13- | 12- | 9- | 18 | = | 14- | 11- | 11- | 0 | 1 | 6 |
| V | 15 | 12 | 18 | 15 | 18+ | = | 14 | 12- | 1 | 5 | 1 |
| W | 15 | 12 | 15 | 18 | 17+ | 14 | = | 13- | 1 | 5 | 1 |
| X | 17+ | 12 | 18+ | 21+ | 18+ | 15+ | 14+ | = | 6 | 1 | 0 |

Deutlich wird, dass U mit großer Wahrscheinlichkeit verlustreich eingesetzt wird. X ist zu empfehlen.

f) Nachfolgend sind 32 Schritte aufgeführt, die zur maximalen Augenzahl 48 führen. Begonnen wird mit dem gelben Würfel; das ergibt sich auch, weil nach dem ersten Kippen eine 4 im mittleren Feld liegt. Die Würfel erfahren beim fortgesetzten Kippen räumliche Drehungen, wie aus dem Bild teilweise hervorgeht.

$$\begin{vmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{6} & \mathbf{6} \\ \mathbf{6} & & \mathbf{6} \\ \mathbf{6} & \mathbf{6} & \mathbf{6} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & 4 & 6 \\ 6 & & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & 4 & 6 \\ & 2 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 5 & & 6 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 5 & 4 & 6 \\ 3 & & 6 \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 5 & 4 & 6 \\ & 2 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ & 4 & 6 \\ 6 & 2 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & & 6 \\ 6 & 2 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & 5 & \\ 6 & 2 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & 5 & 4 \\ 6 & 2 & \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & 5 & 4 \\ 6 & & 4 \end{vmatrix} \rightarrow$$

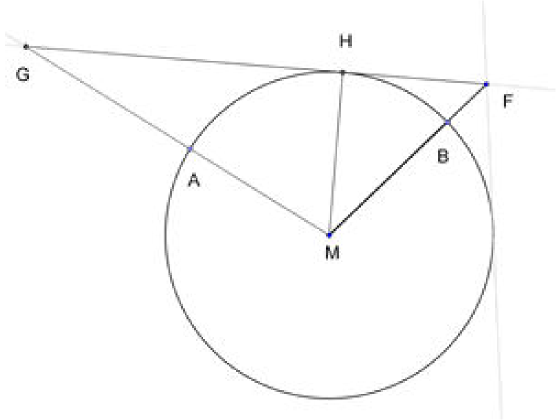
$$\begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & & 4 \\ 6 & 3 & 4 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & 5 & \\ 6 & 3 & 4 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & 5 & 6 \\ 6 & & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} 6 & & 6 \\ 6 & 3 & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} & 2 & 6 \\ 6 & 3 & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 5 & 2 & 6 \\ & 3 & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 5 & 2 & 6 \\ 5 & & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 5 & & 6 \\ 5 & 3 & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 4 & 6 \\ & 3 & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 4 & 6 \\ 6 & & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 4 & 6 \\ 6 & 2 & \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 4 & \\ 6 & 2 & 3 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & & 2 \\ 6 & 2 & 3 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 6 & & 3 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 6 & 5 & \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 3 & \\ 6 & 5 & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 6 & & 6 \\ 6 & 5 & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{6} & \mathbf{6} \\ \mathbf{6} & & \mathbf{6} \\ \mathbf{6} & \mathbf{6} & \mathbf{6} \end{vmatrix}$$

***Aufgabe 2 (Meer Strom):***




Man ermittelt folgende Größen: Die Insel Helgoland liegt auf der nördliche Breite von 54 Grad und 11 Minuten (54° 11' N) hingegen die Insel Wangerooge liegt auf der nördlichen Breite von 53° 47 ' N)

Daraus ergibt sich ein Winkelabstand von 23 Winkelminuten, das entspricht $\frac{23}{60}$ Grad.

Betrachtet man den Sachverhalt an folgender stark übertriebenen Skizze:

Wir gehen davon aus, dass alle Bauwerke senkrecht also lotrecht bezogen auf die Erdoberfläche gebaut werden.

Es gelten folgende Abkürzungen:

Sei $\overset{\frown}{AB}$ die Entfernung der beiden über NN stehenden Standorte, dann ist

$\alpha = \sphericalangle BMA = \frac{23}{60}$ Grad der Winkelabstand der beiden Punkte A und B.

Weiterhin gilt: $R = |\overline{MB}| = |\overline{MA}| = |\overline{MH}|$.

$|\overline{FB}| = 2\,\text{m}$ ist die Höhe des Standortes auf der Insel Wangerooge und $|\overline{GA}|$ ist die gesuchte Höhe des Windrades. Der Punkt H ist der Berührpunkt des Lichtstrahles bzw. der geradlinigen Entfernung vom gedachten Auge in 2m Höhe zur Windradspitze. Vereinfachend meinen wir hier die Höhe des Turmes des Windrades.

Es gilt deshalb: $\overline{MH} \perp \overline{GF}$.

Aufgrund dieser Tangenteneigenschaft des Lichtstrahles ist das Dreieck MFH ein rechtwinkliges Dreieck. Für den Winkel $\beta = \sphericalangle FMH$ gilt:

$$\cos\beta = \frac{\overline{MH}}{\overline{MB} + \overline{FB}} = \frac{R}{R + 2\text{m}} \Rightarrow \beta \approx 0{,}045374°.$$

Weiterhin gilt: $\gamma = \sphericalangle HMG \text{ und } \gamma = \alpha - \beta = 0{,}33796°.$

Auch ist das Dreieck MHG ein rechtwinkliges Dreieck. Es gilt deshalb:

$$\cos\gamma = \frac{\overline{MH}}{\overline{MA}+\overline{GA}} = \frac{R}{R+\overline{GA}} \Rightarrow \overline{GA} = \frac{R}{\cos\gamma} - R \approx 110\,m$$

a)Wenn der Turm des Windrades etwa 110 m hoch ist, kann der Badegast die Turmspitze des Windrades gerade noch vom nördlichen Strand der Insel Wangerooge sehen. Die Länge der Rotorblätter bleibt dabei unberücksichtigt

b) Da die Felsen auf der Insel Helgoland nur 60 m hoch sind, kann er bei sonst gleichen Bedingungen diese nicht sehen.

***Aufgabe 3 (Radwandern einmal anders):***

a) Ein Radfahrer benötigt für die 36 km lange Strecke drei Stunden, ein Wanderer sechs Stunden.

Wenn es eine Lösung für einen gemeinsamen Ankunftszeitpunkt gibt, dann liegt er im Zeitraum von drei bis sechs Stunden.

Felix könnte als Vorausfahrer 18 km absteigen, das Fahrrad und das Gepäck sichern und die restlichen 18 km wandern. Walter erreicht das Fahrrad nach drei Stunden und radelt in 1,5 Stunden zum Ziel.

b) Da beide jeweils gleich lange Wegstrecken gelaufen wie gefahren sind, brauchten sie 1,5 h fürs Radeln und 3 h fürs Wandern, zusammen 4,5 Stunden bis zum gemeinsamen Ziel. Folglich ist dies eine Lösung im Sinne gemeinsamen Erreichens des Ziels.

c) Die folgende Darstellung zeigt eine andere mögliche Lösung; wir lassen im Beispiel die Beiden um 10:00 Uhr aufbrechen.

| Uhrzeit | 10:00 | 10:30 | 11:00 | 11:30 | 12:00 | 12:30 | 13:00 | 13:30 | 14:00 | 14:30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Felix | per Rad | zu Fuß | | | | per Rad | | zu Fuß | | |
| Walter | zu Fuß | | per Rad | | zu Fuß | | | | per Rad | |
| Zeitpunkte d.Treffens/ Überholens | | | | | | | | | | |

Aus dieser Darstellung entnehmen wir, dass Felix und Walter ebenfalls nach 4,5 Stunden (im Beispiel um 14:30 Uhr) zeitgleich das Ziel erreichen.
Denkbar wäre auch, dass ihnen die Einzelwanderstrecken zu lang sind und sie mehr Abwechslung haben wollen durch kurze „Radfahreinlagen“; dann brauchen sie nur die Abschnitte zwischen den Zeitpunkten, an denen sie sich am gleichen Ort befinden, zu unterteilen. Das bedeutet aber auch, dass sich die Dauer ihrer Reise nicht ändert.

### *Aufgabe 4 (Am Zeitungskiosk)*

**Hierbei handelt es sich um unsere sog. Scherzaufgabe. Es gibt keine eindeutige Lösung. Die Bewertung erfolgt nach Kreativität im Lösungsansatz.**
Bei dieser Aufgabe gibt es mehrere Lösungsmöglichkeiten von denen wir zwei kurz vorstellen. Der Fantasie sind sicherlich bei der Gestaltung der Lösung dieser Aufgabe keine Grenzen gesetzt.

Erste Möglichkeit: Die Frau hat mit dem Kioskmitarbeiter vereinbart, wenn sie wortlos das Geld auf den Tresen legt, bekommt sie immer die Zeitung für 10 Euro und gegebenenfalls auch Wechselgeld erstattet.

Zweite Möglichkeit: Sie legt dem Kioskmitarbeiter zwei 5-Euro-Scheine auf den Tresen. Sie könnte die Geldsumme auch mit Münzen bezahlen, wobei sie die 10 Euro mit zehn 1-Euro-Münzen bezahlen könnte.