1. Aufgabe (Würfelei):

a) Rechts sind elf Augen zu sehen, wegen 4 + 5 + 2 = 11.

Hinten können wegen 1 + 4 + 6 = 11 elf Augen gesehen werden.

Links können wegen 3+2+5 = 10 zehn Augen gesehen werden.

b) Verdeckt liegen 19 Augen wegen 7 + 7 + (7 - 2) = 7 + 7 + 5 = 19, denn beim gewöhnlichen Würfel ergänzen sich die Augenanzahlen oben und unten zu 7.

c) 1. Ein Beispiel: Eine Säule aus zwei Würfeln mit „abgewickelten“ Seitenflächen.

2	3	5	4
5	4	2	3

2. Ein Beispiel: Eine Säule aus zwei Würfeln mit „abgewickelten“ Seitenflächen.

2	3	5	4
3	1	4	6
4	6	3	1
5	4	2	3

Bei einer Säule aus drei Würfeln gibt es keine Lösung. Insgesamt sind auf drei Würfeln 63 Augen vorhanden, wegen $3 \cdot (1+2+3+4+5+6) = 63$. Für oben und unten werden davon 21 Augen verwendet. Die restlichen 42 Augen lassen sich nicht gleichmäßig auf vier Seitenflächen verteilen, weil 42 kein Vielfaches von 4 ist.

d) Angenommen, die Augen 6, 3 und 5 wurden geworfen. Daraus lassen sich die Zahlen 356, 365, 536, 563, 635 und 653 bilden. Als Beispiele behandeln wir die erste und die letzte Zahl:

(356421:111-7):9=356

(653124:111-7):9=653

Erstaunlicherweise ist das Ergebnis die Ausgangszahl. – Nehmen wir h für die Hunderterziffer, z für die Zehnerziffer und e für die Einerziffer eurer Zahl. Dann liegen verdeckt die Zahlen (7 - h), (7 - z) und (7 - e). Eure sechsstellige Zahl hat den Wert

$$100000 \cdot h + 10000 \cdot z + 1000 \cdot e + 100 \cdot (7-h) + 10 \cdot (7-z) + (7-e)$$
$$= 99900 \cdot h + 9990 \cdot z + 999 \cdot e + 777.$$

$$\text{Nun gilt } ((99900 \cdot h + 9990 \cdot z + 999 \cdot e + 777) : 111 - 7) : 9$$
$$= (900 \cdot h + 90 \cdot z + 9 \cdot e + 7 - 7) : 9 = 100 \cdot h + 10 \cdot z + e.$$

Dies ist der Wert der Ausgangszahl.

e) Die Übersicht gibt in Sechsunddreißigstel an, mit welcher Wahrscheinlichkeit der in der linken Spalte genannte Würfel gegenüber dem in der obersten Zeile notierten spielt (Gewinn ist mit „+“, Verlust ist mit „-“ gekennzeichnet).

	N	R	S	T	U	V	W	X	Kommentar: Für diesen Würfel gilt: eher Gewinn	gleichwertig	eher Verlust von 7 möglichen Begegnungen beim Würfeln
N	=	15	15	15	17+	15	15	13-	1	5	1
R	15	=	18	18	18+	12	12	12	1	6	0
S	15	18	=	18	15+	18	15	15-	1	5	1
T	15	18	18	=	18	15	18	12-	0	6	1
U	13-	12-	9-	18	=	14-	11-	11-	0	1	6
V	15	12	18	15	18+	=	14	12-	1	5	1
W	15	12	15	18	17+	14	=	13-	1	5	1
X	17+	12	18+	21+	18+	15+	14+	=	6	1	0

Deutlich wird, dass U mit großer Wahrscheinlichkeit verlustreich eingesetzt wird. X ist zu empfehlen.

Aufgabe 2 (Nummernkonto):

Die roten Ziffern stehen jeweils an der richtigen Stelle. Bei den schwarzen Ziffern ist klar, dass diese dort falsch sind.

Annahme 1 (im dritten Versuch sind 5 und 6 an der richtigen Stelle):

2	*9*	*3*	*8*	*1*	*7*	*4*	*6*	*5*	*Keine Ziffer an der richtigen Stelle*
2	*9*	*3*	*8*	*1*	*7*	*6*	*5*	*4*	*Keine Ziffer an der richtigen Stelle*
2	*9*	*3*	*8*	*1*	*7*	*5*	*4*	*6*	*Zwei Ziffern an der richtigen Stelle*
8	*9*	*2*	*3*	*1*	*7*	*4*	*6*	*5*	*Drei Ziffern an der richtigen Stelle*
8	*9*	*2*	*3*	*1*	*5*	*7*	*4*	*6*	*Sieben Ziffern an der richtigen Stelle - ist nicht möglich.*

Annahme 2 (im dritten Versuch sind 5 und 4 an der richtigen Stelle):

2	*9*	*3*	*8*	*1*	*7*	*4*	*6*	*5*	*Keine Ziffer an der richtigen Stelle*
2	*9*	*3*	*8*	*1*	*7*	*6*	*5*	*4*	*Keine Ziffer an der richtigen Stelle*
2	*9*	*3*	*8*	*1*	*7*	*5*	*4*	*6*	*Zwei Ziffern an der richtigen Stelle*
8	*9*	*2*	*3*	*1*	*7*	*4*	*6*	*5*	*Drei Ziffern an der richtigen Stelle*
8	*9*	*2*	*3*	*1*	*5*	*7*	*4*	*6*	*Sieben Ziffern an der richtigen Stelle – ist nicht möglich-*

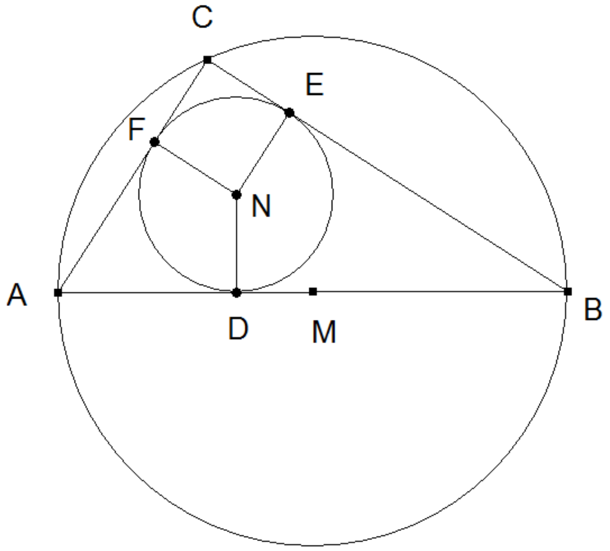
Annahme 3 (im dritten Versuch sind 4 und 6 an der richtigen Stelle):

2	*9*	*3*	*8*	*1*	*7*	*4*	*6*	*5*	*Keine Ziffer an der richtigen Stelle*
2	*9*	*3*	*8*	*1*	*7*	*6*	*5*	*4*	*Keine Ziffer an der richtigen Stelle*
2	*9*	*3*	*8*	*1*	*7*	*5*	*4*	*6*	*Zwei Ziffern an der richtigen Stelle*
8	*9*	*2*	*3*	*1*	*7*	*4*	*6*	*5*	*Drei Ziffern an der richtigen Stelle*
8	*9*	*2*	*3*	*1*	*5*	*7*	*4*	*6*	*Sieben Ziffern an der richtigen Stelle*

Die rot markierten Ziffern stehen an der richtigen Stelle. Damit lautet die Kontonummer von Frau K.:

8   1   2   3   9   5   7   4   6

Aufgabe 3 (Gärtnerprobleme):



Nach der Aufgabenstellung handelt es sich um ein rechtwinkliges Dreieck. Wir nennen es ABC. Der Umkreis des Dreieckes um M mit dem Radius $R_{Umfang} = \frac{|\overline{AB}|}{2}$ ist gleichzeitig auch der Thaleskreis. (Umkehrung des Thalessatzes). Die Punkte D, E und F sind die Berührungspunkte des Inkreises des Dreiecks ABC mit dem Mittelpunkt N. Aufgrund der Tangenteneigenschaft der Dreiecksseiten AB, BC und AC bzgl. des Inkreises stehen die Strecken DN, EN und FN orthogonal auf den jeweiligen Dreiecksseiten. Weiterhin gilt: $|\overline{DN}| = |\overline{EN}| = |\overline{FN}| = r_{innen}$. Das Viereck NECF ist ein Quadrat. Begründung:

Das Viereck hat vier rechte Winkel, weil es drei rechte Winkel laut Voraussetzung hat (bei den Punkten C, E und F), demzufolge ist der vierte auch ein rechter Winkel (Innenwinkelsumme in einem Viereck). Die Seitenlängen der Strecken $\overline{EN}$ und $\overline{FN}$ sind gleich groß, da sie Inkreisradien sind.

Es gilt: $u_{Dreieck} = |\overline{AB}| + |\overline{BC}| + |\overline{AC}|$. Daraus folgt:

$$u_{Dreieck} - 2r_{innen} = |\overline{AD}| + |\overline{AF}| + |\overline{BD}| + |\overline{BE}|$$

Aufgrund der Eigenschaft der Winkelhalbierenden (Konstruktion des Inkreises) gilt $|\overline{AD}| = |\overline{AF}|$ und $|\overline{BD}| = |\overline{BE}|$ folgt: $u_{Dreieck} - 2r_{innen} = 2|\overline{AD}| + 2|\overline{BD}| = 2|\overline{AB}|$. Also gilt:

$u_{Dreieck} = 2r_{innen} + 2|\overline{AB}|$. Er kann ohne eine weitere Größe zu messen, den Umfang des Dreiecks und demzufolge die Anzahl der benötigten Bäumchen bestimmen.

Aufgabe 4 (Am Zeitungskiosk)

Hierbei handelt es sich um unsere sog. Scherzaufgabe. Es gibt keine eindeutige Lösung. Die Bewertung erfolgt nach Kreativität im Lösungsansatz.

Bei dieser Aufgabe gibt es mehrere Lösungsmöglichkeiten von denen wir zwei kurz vorstellen. Der Fantasie sind sicherlich bei der Gestaltung der Lösung dieser Aufgabe keine Grenzen gesetzt.

Erste Möglichkeit: Die Frau hat mit dem Kioskmitarbeiter vereinbart, wenn sie wortlos das Geld auf den Tresen legt, bekommt sie immer die Zeitung für 10 Euro und gegebenenfalls auch Wechselgeld erstattet.

Zweite Möglichkeit: Sie legt dem Kioskmitarbeiter zwei 5-Euro-Scheine auf den Tresen. Sie könnte die Geldsumme auch mit Münzen bezahlen, wobei sie die 10 Euro mit zehn 1-Euro-Münzen bezahlen könnte.