1. Aufgabe (Würfelei):

a) Rechts sind elf Augen zu sehen, wegen 4 + 5 + 2 = 11.

Hinten können wegen 1 + 4 + 6 = 11 elf Augen gesehen werden.

Links können wegen 3+2+5 = 10 zehn Augen gesehen werden.

b) Verdeckt liegen 19 Augen wegen 7 + 7 + (7 - 2) = 7 + 7 + 5 = 19, denn beim gewöhnlichen Würfel ergänzen sich die Augenanzahlen oben und unten zu 7.

c) 1. Ein Beispiel: Eine Säule aus zwei Würfeln mit „abgewickelten“ Seitenflächen.

2	3	5	4
5	4	2	3

2. Ein Beispiel: Eine Säule aus zwei Würfeln mit „abgewickelten“ Seitenflächen.

2	3	5	4
3	1	4	6
4	6	3	1
5	4	2	3

Bei einer Säule aus drei Würfeln gibt es keine Lösung. Insgesamt sind auf drei Würfeln 63 Augen vorhanden, wegen $3 \cdot (1+2+3+4+5+6) = 63$. Für oben und unten werden davon 21 Augen verwendet. Die restlichen 42 Augen lassen sich nicht gleichmäßig auf vier Seitenflächen verteilen, weil 42 kein Vielfaches von 4 ist.

d) Angenommen, die Augen 6, 3 und 5 wurden geworfen. Daraus lassen sich die Zahlen 356, 365, 536, 563, 635 und 653 bilden. Als Beispiele behandeln wir die erste und die letzte Zahl:

(356421:111-7):9=356

(653124:111-7):9=653

Erstaunlicherweise ist das Ergebnis die Ausgangszahl. – Nehmen wir h für die Hunderterziffer, z für die Zehnerziffer und e für die Einerziffer eurer Zahl. Dann liegen verdeckt die Zahlen (7 - h), (7 - z) und (7 - e). Eure sechsstellige Zahl hat den Wert

$$100000\cdot h+10000\cdot z+1000\cdot e+100\cdot(7-h)+10\cdot(7-z)+(7-e)$$
$$=99900\cdot h+9990\cdot z+999\cdot e+777.$$

$$\text{Nun gilt } ((99900\cdot h+9990\cdot z+999\cdot e+777):111-7):9$$
$$=(900\cdot h+90\cdot z+9\cdot e+7-7):9=100\cdot h+10\cdot z+e.$$

Dies ist der Wert der Ausgangszahl.

Aufgabe 2 (Kerzenspielereien):

Die ursprüngliche Länge der längeren Kerze wird mit x bezeichnet, die der kürzeren mit y bezeichnet. Da die längere Kerze in $3\frac{1}{2}$ Stunden, bzw. $\frac{7}{2}$ Stunden niedergebrannt war, brannte von ihr in jeder Stunde $\frac{2}{7}$ der Länge x ab, also $\frac{2}{7}x$. Die kürzere Kerze war in fünf Stunden heruntergebrannt, von ihr brannte in jeder Stunde $\frac{1}{5}y$ herunter.

In zwei Stunden brennt folglich von der längeren Kerze $\frac{4}{7}x$ und von der kürzeren $\frac{2}{5}y$ herunter. Also waren um 18 Uhr von der längeren noch $\frac{3}{7}x$ sowie von der kürzeren noch $\frac{3}{5}y$ übrig. Da die Kerzen zu diesem Zeitpunkt gleich lang waren, gilt: $\frac{3}{7}x=\frac{3}{5}y$. Daraus folgt: $\frac{x}{y}=\frac{7}{5}$.

Um 16 Uhr verhielten sich die Kerzenlängen wie 7 zu 5 zueinander.

Aufgabe 3 (42 oder das Kartenspiel mit Ziffern):

Die gesuchte Zahl sei mit der Zehnerziffer z und der Einerziffer e aufgebaut; den besonderen Charakter der Ziffern e und z geben die Karten mit 1 < e, z < 10 vor.

Probeweise betrachten wir folgende Fälle:

a) 2(10z+e) = 10e+z, nach Umformen bedeutet dies 19z=8e. Das heißt die Ziffer e müsste den Teiler 19 haben. Dies ist aber unmöglich.

b) 3(10z+e) = 10e+z, nach Umformen bedeutet dies 29z=7e. Das heißt die Ziffer e müsste den Teiler 29 haben. Dies ist aber unmöglich.

c) 4(10z+e) = 10e+z, das bedeutet nach Umformen 39z=6e oder auch 13z=2e; wegen der Eindeutigkeit der PFZ müsste die Ziffer e den Wert 13 annehmen, was nach Voraussetzung unmöglich ist;

d) 5(10z+e) = 10e+z, nach Umformen 49z=5e; nach Voraussetzung gilt aber 5e < 46; wegen des Ziffercharakters ist die Gleichung nicht erfüllbar;

e) 6(10z+e) = 10e+z, nach Umformen 59z=4e; nach Voraussetzung gilt 4e < 37; deshalb ist die Gleichung nicht erfüllbar;

f) 7(10z+e) = 10e+z, was nach Umformen 69z=3e bedeutet; wegen 3e < 28 ist die Gleichung nicht erfüllbar;

g) 8(10z+e) = 10e+z, was nach Umformen 79z=2e bedeutet; wegen 2e < 19 ist die Gleichung nicht erfüllbar;

h) 9(10z+e) = 10e+z, was nach Umformen 89z=e bedeutet; wegen e<10 ist die Gleichung nicht erfüllbar;

Folgerung: Es gibt keine zweistellige Zahl mit den geforderten Eigenschaften.

Aufgabe 4 (Am Zeitungskiosk)

Hierbei handelt es sich um unsere sog. Scherzaufgabe. Es gibt keine eindeutige Lösung. Die Bewertung erfolgt nach Kreativität im Lösungsansatz.

Bei dieser Aufgabe gibt es mehrere Lösungsmöglichkeiten von denen wir zwei kurz vorstellen. Der Fantasie sind sicherlich bei der Gestaltung der Lösung dieser Aufgabe keine Grenzen gesetzt.

Erste Möglichkeit: Die Frau hat mit dem Kioskmitarbeiter vereinbart, wenn sie wortlos das Geld auf den Tresen legt, bekommt sie immer die Zeitung für 10 Euro und gegebenenfalls auch Wechselgeld erstattet.

Zweite Möglichkeit: Sie legt dem Kioskmitarbeiter zwei 5-Euro-Scheine auf den Tresen. Sie könnte die Geldsumme auch mit Münzen bezahlen, wobei sie die 10 Euro mit zehn 1-Euro-Münzen bezahlen könnte.